

Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka - Zestaw 4

1. Zaproponować przekształcenie, które z liczb o jednorodnym rozkładzie prawdopodobieństwa w przedziale $(0,1)$ pozwoli uzyskać liczby o funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(x) = ce^{-\lambda x}$ dla $x \in (d, \infty)$ dla znanej wartości d . Znany parametr λ jest dodatni. Proszę skorzystać z wyniku zadania 3 z zestawu 3, w którym otrzymano dystrybuantę tej funkcji gęstości prawdopodobieństwa.

2. Zadanie komputerowe dla chętnych, aspirujących do podwyższenia oceny z całości kursu.

Proszę napisać generator liczb pseudolosowych generujący liczby o funkcji gęstości prawdopodobieństwa będącej bokami trapezu o wierzchołkach w punktach $(-1,0)$, $(0,1/3)$, $(2,1/3)$, $(3,0)$ (*przykład omawiany na wykładzie*). Korzystając z wylosowanych liczb proszę narysować unormowany histogram oddający "eksperymentalną" funkcję gęstości prawdopodobieństwa (FGP) i porównać ją na tym samym wykresie z teoretyczną FGP. Wykonać to porównanie dla różnej liczby (np. 10^3 , 10^5) losowanych liczb.

3. Zmienna losowa X podlega rozkładowi według gęstości danej wzorem:

$$f_X(x) = \frac{C}{e^x + e^{-x}} \text{ dla } x \in (-\infty, +\infty).$$

(a) Obliczyć stałą C .

(b) Podać dystrybuantę. Wykonać jej wykres.

(c) Znaleźć wartość modalną.

(d) Znaleźć kwantyle rozkładu $f(x)$, w szczególności kwartyle.

(e) Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że $X > 2$.

4. Proszę policzyć wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe w rozkładzie z poprzedniego zadania.

5. Proszę policzyć wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe dla rozkładu normalnego: $f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}$ gdzie $x \in R$ oraz $\sigma > 0$.

6. Proszę policzyć wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe w rozkładzie dwumianowym.