

# M16

## Pomiar współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika lepkości badanej cieczy za pomocą viskozymetru Stokesa.

Zagadnienia do przygotowania:

- lepkość,
- siły działające na kulkę spadającą w ośrodku lepkim,
- prawo Stokesa, viskozymetr Stokesa, przepływ laminarny,
- prawo Archimedes, prawo Pascala, ciśnienie hydrostatyczne,
- naczynia połączone, manometr cieczowy (U-rurka).

### 1. Podstawowe pojęcia i definicje

**Lepkość** to właściwość rzeczywistych cieczy i plastycznych ciał stałych. Pomędzy warstwami cieczy, poruszającymi się równolegle względem siebie z różnymi co do wartości prędkościami występują siły tarcia wewnętrznych, działające stycznie do powierzchni zetknięcia tych warstw. W związku z tym warstwa poruszająca się szybciej działa przyspieszająco na warstwę poruszającą się wolniej i odwrotnie. Lepkość można ilościowo scharakteryzować współczynnikiem  $\eta$  równym wartości siły stycznej, która przyłożona do jednostkowej powierzchni spowoduje jednostajny, laminarny przepływ z jednostkową prędkością.

$$\vec{F} = -6\pi\eta r \vec{v} \quad (1.1)$$

Na kulkę opadającą z prędkością  $\vec{v}$  w płynie o współczynniku lepkości  $\eta$  w polu grawitacyjnym Ziemi działają trzy siły: siła ciężkości  $\vec{F}_G$ , siła wyporu  $\vec{F}_W$  oraz zależna od prędkości kulki siła oporu lepkiego  $\vec{F}_T$ . Zobrazowano to na Rys.1.

Sir George Stokes podał w 1851 roku wzór na siłę tarcia działającą na kulkę o promieniu  $r$ , poruszającą się z prędkością  $v$  w płynie o współczynniku lepkości  $\eta$ :

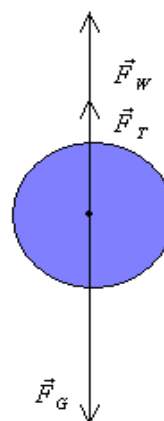
Wrzucona do płynu kulka po pewnym czasie zaczyna poruszać się ruchem jednostajnym. Dzieje się tak dlatego, że po pewnym czasie wszystkie działające na nią siły równoważą się:

$$\vec{F}_G = \vec{F}_W + \vec{F}_T. \quad (1.2)$$

i zgodnie z I zasadą dynamiki Newtona kulka osiąga stałą prędkość. Przyjrzyjmy się bliżej warunkowi (1.2), wiedząc, jak wyrazić poszczególne siły:

$$\rho_k \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g = \rho_p \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g + 6\pi\eta r v \quad (1.3)$$

gdzie  $\rho_k$  jest gęstością materiału, z którego wykonana jest kulka,  $\rho_p$  jest gęstością płynu, w jakim się porusza,  $r$  jest promieniem kulki,  $v$  – jej prędkością, a  $g$  to przyspieszenie ziemskie.



Rys.1. Rozkład sił działających na kulkę opadającą w ośrodku lepkim.

Przyjmując, że prędkość = droga/czas wzór (1.3) można przekształcić do postaci:

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho_p)gr^2 t}{9l} \quad (1.4)$$

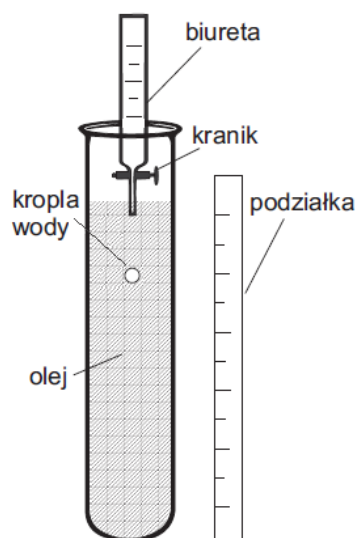
gdzie  $l$  jest drogą, jaką kulka przebyła w czasie  $t$ . Oznacza to, że można wyznaczyć współczynnik lepkości płynu badając ruch opadającej w nim kulki, pod warunkiem, że znamy gęstość tego płynu, gęstość materiału, z jakiego wykonana jest kulka, jej promień oraz prędkość.

## 2. Przebieg pomiarów i opis układu doświadczalnego

Wiemy już, jak teoretycznie można doprowadzić do sytuacji, w której można zmierzyć współczynnik lepkości - musimy wrzucić kulkę z materiału o znanej gęstości do płynu, którego współczynnik lepkości chcemy wyznaczyć. Następnie, gdy kulka zacznie się poruszać ruchem jednostajnym, zmierzmy czas jej spadku na ustalonej przez nas drodze. Należy pamiętać, że potrzebujemy znać również promień kulki. Wzór 1.4 wyprowadzony był przy założeniu, że kulka porusza się w ośrodku nieograniczonym (nie zajmowaliśmy się tym, co dzieje się na brzegach naczynia). W praktyce wzór ten możemy stosować bez uwzględniania poprawek, o ile spełniony jest warunek, że średnica kulki jest znacznie mniejsza od średnicy wewnętrznej cylindra, w którym opada.

Aby zwiększyć dokładność pomiaru, należy zmierzyć czas spadku kilku takich samych kulek. Rozwiązanie stosowane w I PF pokazane jest schematycznie na Rys. 2.

Do cylindra napełnionego badaną cieczą (olejem parafinowym) wpuszczane są krople wody destylowanej. Za pomocą kranika na biurecie z wodą można ustalić niewielkie, stałe tempo wypływu kropeł. Licząc wypływające krople i mierząc ile wody ubyło w biurecie dla ich powstania, możemy wyliczyć objętość pojedynczej kropli i jej promień. Spadające krople poruszają się na tle skali, dzięki czemu można łatwo ustalić drogę, dla której będziemy mierzyć czas ich spadania. Gęstość oleju parafinowego możemy wyznaczyć używając naczyń połączonych (rurka w kształcie litery U) i biorąc z tablic gęstość wody w temperaturze eksperymentu. Dzięki temu będziemy mieć wszystkie potrzebne dane do wyliczenia  $\eta$  w oparciu o równanie 1.4.



Rys.2. Schemat układu doświadczalnego.

Przebieg pomiarów może wyglądać następująco: w celu wyznaczenia gęstości oleju parafinowego posługujemy się U-rurką mierząc poziom powierzchni styku woda-powietrze, olej-powietrze i woda-olej oraz odczytujemy temperaturę powietrza w pracowni. Następnie napełniamy biuretę wiskozymetru Stokesa wodą destylowaną, nakładamy wybraną kapilarę i delikatnie obniżamy biuretę, tak aby końcówka kapilary znalazła się poniżej poziomu oleju w cylindrze (Rys. 2). Z wyczuciem odkręcamy kranik, aby wpuszczane do oleju krople wody opadały w tempie pozwalającym na pomiary. Na podstawie pomiarów wstępnych ustalamy drogę, na której będziemy mierzyć czas spadku kropeł (należy dobrać ją tak, aby krople poruszały się już ruchem jednostajnym). Na początku serii pomiarowej (przed wypuszczeniem pierwszej kropli z danej serii) odczytujemy i zapisujemy poziom wody na podziałce biurety. Dla około 20 kropeł - należy koniecznie zapisać ich ilość - mierzymy czas spadku na ustalonej drodze  $l$ . Po wypłynięciu ostatniej kropli z danej serii ponownie odczytujemy (i zapisujemy) poziom wody na podziałce biurety.

### 3. Wskazówki do opracowania wyników

Naszym celem jest wyznaczenie współczynnika lepkości oleju w każdej serii pomiarowej. W tym celu do wzoru (1.4) podstawiamy wyznaczone w ćwiczeniu wielkości: gęstość wody, gęstość oleju, promień średniej kropli dla danej serii, średni czas ruchu kropli oraz drogę, jaką krople przebywały.

#### 3.1 Wyznaczenie gęstości oleju

Znając z eksperymentu poziomy: wody  $h_k$  i oleju  $h_p$  oraz biorąc z tablic wartość gęstości wody  $\rho_k$  w temperaturze eksperymentu, możemy wyznaczyć gęstość oleju  $\rho_p$  korzystając ze wzoru:

$$\rho_p = \rho_k \frac{h_k}{h_p} \quad (1.5)$$

#### 3.2 Wyznaczenie promienia kropli

Znając poziom wody w biurecie przed rozpoczęciem i po zakończeniu serii pomiarowej, znamy sumaryczną objętość wody, jaka wypłynęła w danej serii pomiarowej, w której powstało  $n$  kropli. Można zapisać to w postaci:

$$n \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = V \quad (1.6)$$

gdzie  $V$  to objętość wody, jaka ubyła w biurecie podczas pomiaru (czyli różnica poziomów wody w biurecie),  $r$  - średni promień pojedynczej kropli, a  $n$  - liczba kropli w danej serii.

Po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \pi n}} \quad (1.7)$$

Niepewność pomiaru  $r$ , znając niepewność pomiarową  $V$ , wyznaczymy metodą różniczeki zupełnej:

$$\Delta r = \left| \frac{\partial r}{\partial V} \right| \Delta V = \sqrt[3]{\frac{3}{4 \pi n}} \cdot \frac{1}{3} V^{-\frac{2}{3}} \cdot \Delta V \quad (1.8)$$

#### 3.3 Wyznaczanie średniego czasu spadania kropli na ustalonej drodze

Rozważamy średnią kroplę w danej serii pomiarowej. W związku z tym wyliczamy średni czas spadania  $t$  jako średnią arytmetyczną wszystkich  $n$  pomiarów, (ponieważ bierzemy pod uwagę średnią kroplę).

Mamy tu wystarczająco dużą serię pomiarową aby wyznaczyć odchylenie standardowe średniej.

$$S_t = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - t)^2} \quad (1.9)$$

gdzie  $t_i$  to wynik  $i$ -tego pomiaru czasu, a  $t$  - czas średni.

Zastanów się co z niepewnością wynikającą z dokładności użytego stopera. Jaki wpływ na dokładność pomiaru ma szybkość reakcji eksperymentatora?

#### 3.4 Wyznaczenie współczynnika lepkości

Podstawiamy wyznaczone wielkości do wzoru (1.4).

Niepewność pomiarową współczynnika lepkości  $\eta$ , wyznaczonego w pojedynczej serii pomiarowej, wyznaczamy metodą różniczki zupełnej. W poniższym wzorze uwzględniono jedynie wkład do niepewności pomiarowej  $\eta$  wnoszony przez pomiar  $t$  i  $r$  (niepewności te zostały wyznaczone powyżej):

$$\Delta\eta = \left| \frac{\partial\eta}{\partial r} \right| \Delta r + \left| \frac{\partial\eta}{\partial t} \right| \Delta t = \frac{4(\rho_k - \rho_p)grt}{9l} \Delta r + \frac{2(\rho_k - \rho_p)gr^2}{9l} \Delta t \quad (1.10)$$

Spróbuj uwzględnić również niepewności wyznaczenia gęstości oleju  $\rho_p$  i drogi  $l$ , na jakiej odbywał się ruch kropeł.

Jeżeli wykonana została więcej niż jedna seria pomiarowa, to dla każdej serii osobno powtarzamy punkty 3.2, 3.3 i 3.4. W ten sposób otrzymamy kilka wartości współczynnika lepkości, które należy porównać ze sobą tj. ocenić czy zgadzają się ze sobą w granicach niepewności pomiarowych? Jeżeli nie, to co mogło być przyczyną? Jako wynik końcowy przeprowadzonych pomiarów podajemy ich wartość średnią. Jak oszacujesz niepewność pomiarową wyniku końcowego?