

02

Wyznaczanie ogniskowych soczewek cienkich. Badanie wad soczewek grubych.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie ogniskowych cienkich soczewek: skupiającej (w oparciu o równanie soczewki i metodą Bessela) i rozpraszającej (w oparciu o wcześniej wyznaczoną ogniskową układu soczewek) oraz zbadanie wad soczewki grubej (wyznaczenie miary aberracji sferycznej, chromatycznej i astygmatyzmu).

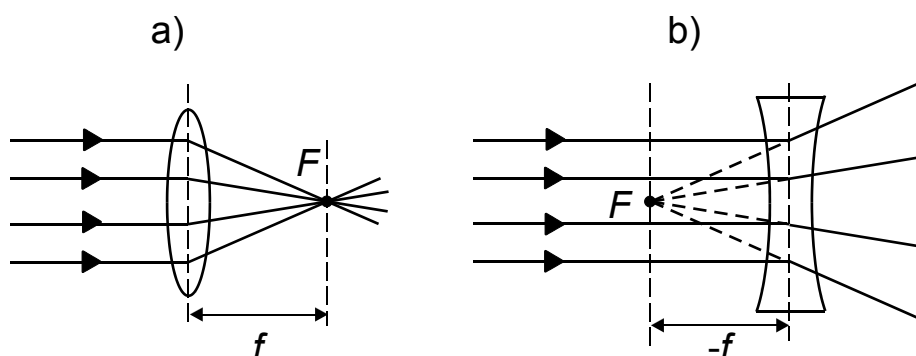
Zagadnienia do przygotowania:

- natura światła, odbicie światła, dyspersja,
- soczewki, rodzaje soczewek, właściwości soczewek i ich zastosowanie,
- powstawanie obrazu w soczewce skupiającej i rozpraszającej,
- równanie soczewki,
- metoda Bessela wyznaczania ogniskowej soczewki,
- wady soczewek grubych (aberracja sferyczna, aberracja chromatyczna, astygmatyzm)

1. Podstawowe pojęcia i definicje

Soczewki

Przyjmujemy, że powierzchnie soczewek są fragmentami sfer. Powierzchnie te mogą być wklęsłe lub wypukłe (w szczególności – płaskie), co daje wiele możliwości kształtowania soczewek: jako dwuwypukłe (Rys. 1a), dwuwklęsłe (Rys. 1b.), ale też wklęsło-wypukłe, płasko-wypukłe itd. Ze względu na właściwości optyczne wygodniej jest podzielić soczewki na dwie klasy: skupiające (to takie, które są grubsze na środku, niż przy brzegach) i rozpraszające (na odwrót). Na rysunku 1 pokazano przykłady biegu wiązki równoległych promieni świetlnych w przypadku soczewki: skupiającej (a) i rozpraszającej (b).



Rys. 1 Położenie ogniska soczewki skupiającej (a) i rozpraszającej (b).

Podstawowym parametrem charakteryzującym soczewkę jest jej ogniskowa f . Rozważania zaczniemy od soczewki skupiającej. Jak pamiętamy ze szkoły, wiązka równoległych promieni świetlnych, równoległa do osi symetrii soczewki skupiającej (zwanej jej osią optyczną), po przejściu przez soczewkę, spotyka się w przybliżeniu w jednym punkcie F zwanym ogniskiem soczewki (Rys. 1a). Odległość tego punktu od płaszczyzny środkowej soczewki nazywamy ogniskową soczewki f . Można udowodnić że ognisko leżące po drugiej stronie

soczewki, znajduje się w tej samej odległości f od soczewki (nawet jeżeli soczewka nie jest symetryczna). Można też wykazać, że światło wybiegające z ogniska, po przejściu przez soczewkę, biegnie równoległe do osi optycznej.

W przypadku soczewki rozpraszającej, w ognisku soczewki przecinają się tylko wsteczne przedłużenia promieni, które po przejściu przez soczewkę są rozbieżne (Rys. 1b). Ogniskową f takiej soczewki uważamy za ujemną, a więc odległość między ogniskiem i soczewką wynosi w tym przypadku $-f$.

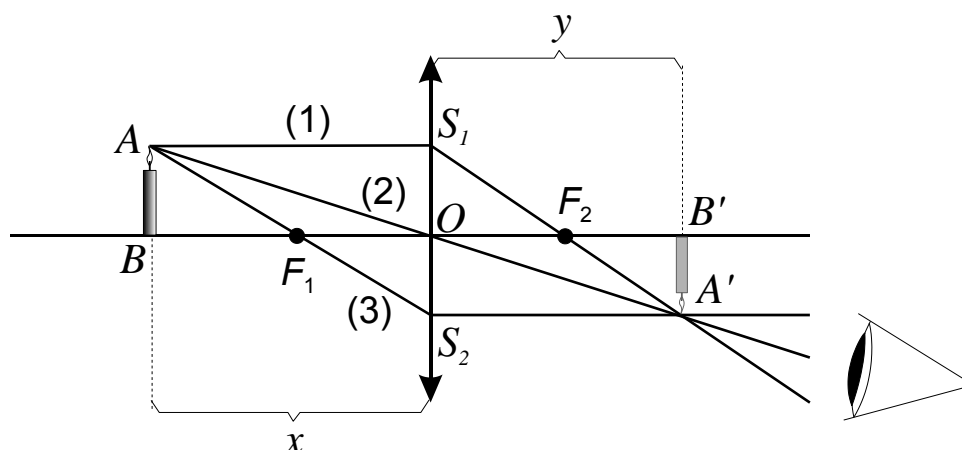
Jeżeli złożymy dwie soczewki o różnych ogniskowych f_1 i f_2 (soczewki muszą znajdować się bezpośrednio jedna przy drugiej), to taki zestaw działa jak soczewka o ogniskowej f spełniającej związek

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (1.1)$$

czyli ogniskowa takiego układu soczewek wynosi

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}. \quad (1.2)$$

Obrazy tworzone przez soczewki skupiające



Rys. 2 Konstrukcja obrazu powstającego w soczewce skupiającej.

Rozważmy układ przedstawiony na rysunku 2. Podwójna strzałka na środku jest symbolem soczewki skupiającej, świeczka po lewej posłuży jako świecący przedmiot. Świecą wszystkie punkty świeczki: płomień świeci światłem własnym, pozostałe punkty - światłem odbitym (rozproszonym). Tak więc każdy punkt przedmiotu wysyła rozbieżną wiązkę światła o barwie i natężeniu odpowiadających barwie i jasności danego punktu. Część tego światła pada na soczewkę. Prześledzimy, co dzieje się ze światłem opuszczającym dany punkt przedmiotu (wybraliśmy płomień) i padającym na soczewkę. Można udowodnić, że taka rozbieżna wiązka, nadbiegająca z jednego punktu, po przejściu przez soczewkę skupiającą, przetnie się za nią w przybliżeniu w jednym punkcie. Wyznamy go graficznie, jak na Rys. 2. W tym celu rozważymy trzy szczególne promienie:

- (1) – promień równoległy do osi optycznej
- (2) – promień przechodzący przez środek soczewki
- (3) – promień przechodzący przez ognisko F_1 .

Promień (1), po przejściu przez soczewkę, przejdzie przez jej prawe ognisko F_2 . Dla promienia (2) soczewka zachowa się jak zwykła szyba i nie zmieni jego kierunku. Te dwa promienie przecinają się w punkcie, gdzie utworzy się obraz płomienia. Już tylko dla kontroli sprawdzamy bieg promienia (3), który, jako przechodzący przez ognisko F_1 , po przejściu przez soczewkę pobiegnie równoległe do osi optycznej i dobiegnie do wyznaczonego już punktu przecięcia. Podobną konstrukcję należałoby wykonać dla wiązek promieni opuszczających pozostałe punkty przedmiotu: każda z tych wiązek przetnie się w kolejnych punktach obrazu. Obraz – jak widać – jest odwrócony. Możemy go zobaczyć na dwa sposoby: albo ustawimy ekran, na którym wszystkie wiązki promieni świetlnych utworzą zestaw świecących punktów składających się na obraz, albo możemy spojrzeć z prawej strony (w lewo, wzdłuż osi optycznej – oczywiście bez ekranu) wpuszczając do oka wiązki promieni, które, po przecięciu się, biegną już jako rozbieżne, czyli tak, jakby na miejscu obrazu stał świecący przedmiot. Należy zastanowić się, dlaczego nie widać wtedy obrazu całego przedmiotu, tylko tę jego część, która wypada na tle soczewki (odpowiedź na to pytanie należy umieścić w sprawozdaniu).

Znajdźmy położenie płaszczyzny, w której utworzy się obraz. Odległość przedmiotu od soczewki niech wynosi x . Gdyby zachodziło $x = f$, to rozbieżne wiązki światła padającego na soczewkę z przedmiotu, po przejściu przez soczewkę byłyby wiązkami równoległymi, czyli „przecinałyby się w nieskończoności”. Dlatego dla uzyskania obrazu musimy przedmiot ustawić w odległości x większej od f (bo wtedy wiązki promieni docierających do soczewki są mniej rozbieżne i soczewka już może je skupić). Z podobieństwa pary trójkątów S_1OF_2 i $A'B'F_2$, przy uwzględnieniu równości $S_1O = AB$ oraz $F_2B' = y - f$ mamy:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{f}{y - f},$$

a z podobieństwa trójkątów ABF_1 i S_2OF_1 podobnie otrzymujemy:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{x - f}{f}.$$

Dzieląc te równania stronami dostajemy $\frac{f^2}{(y - f)(x - f)} = 1$, co po krótkim rachunku

prowadzi do związku zwanego równaniem soczewki:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}, \quad (1.3)$$

Zauważmy, że gdy przedmiot stoi bardzo daleko (duża wartość odległości x), to zachodzi w przybliżeniu $y = f$ (obraz powstaje w pobliżu ogniska).

Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej na podstawie równania soczewki

Dla uzyskania obrazu odległość l ekranu od przedmiotu musi być większa od czterokrotnej ogniskowej soczewki. Takie ustawienie daje gwarancję, że między przedmiotem i ekranem znajdziemy takie położenie soczewki, przy którym na ekranie powstanie ostry obraz przedmiotu. Z równania soczewki wynika bowiem zależność

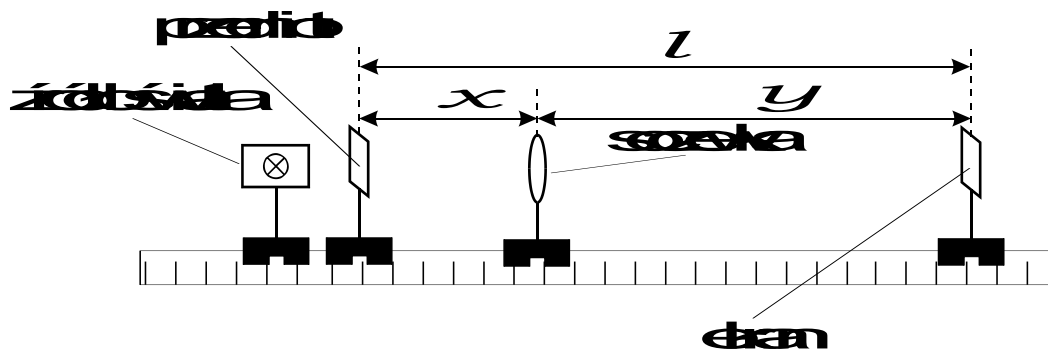
$$y(x) = \frac{fx}{x-f}. \quad (1.4)$$

Ustaliliśmy już, że soczewka skupiająca utworzy obraz na odpowiednio ustawionym ekranie, gdy $x > f$. Z wykresu funkcji $y(x)$ widać, że gdy x rośnie od wartości f , to y maleje od nieskończoności. Przyglądając się uważnie wykresowi można zauważyć, że suma $x + y$, będąca odległością przedmiotu od obrazu, początkowo maleje, osiągając najmniejszą wartość dla $x = y$, a potem znowu rośnie. Ta najmniejsza wartość wynosi $4f$, co można łatwo sprawdzić wstawiając do wzoru (1.4) warunek $x = y$.

Pomiar będzie polegał na wyznaczeniu odległości x i y a następnie obliczeniu ogniskowej:

$$f = \frac{xy}{x+y} = \frac{x(l-x)}{l}. \quad (1.5)$$

Układ doświadczalny do wyznaczania ogniskowych w oparciu o równanie soczewki przestawiony jest schematycznie na Rys. 3.



Rys. 3. Ława optyczna do wyznaczania ogniskowych soczewek.

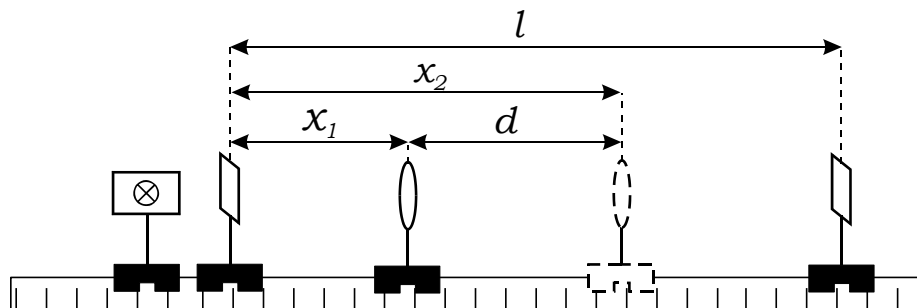
Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej metodą Bessela

Wykonując powyżej opisany pomiar zapewne zauważyliśmy, że przy ustalonej odległości l ($l > 4f$) można znaleźć dwa położenia soczewki, dające ostry obraz. Przyczynę zrozumiemy rozwiązując równanie służące wyznaczeniu tego położenia. Dla ustalonej odległości l mamy $y = l - x$ i równanie soczewki (1.3) można zapisać w postaci:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} \quad \text{czyli} \quad x^2 - xl + fl = 0$$

a więc są dwa rozwiązania: $x_1 = \frac{1}{2}(l - \sqrt{l^2 - 4fl})$, oraz $x_2 = \frac{1}{2}(l + \sqrt{l^2 - 4fl})$

(pamiętamy, że $l > 4f$, więc wyrażenie pod pierwiastkiem jest na pewno dodatnie).



Rys. 4. Metoda Bessela wyznaczania ogniskowych soczewek.

Pomiar będzie tym razem polegał na wyznaczeniu odległości d obydwu położen soczewki dających ostry obraz przedmiotu (Rys.4). Znając tę odległość, równą wg teorii $d = x_2 - x_1 = \sqrt{l^2 - 4fl}$, wyznaczmy ogniskową (po przekształceniach):

$$f = \frac{l^2 - d^2}{4l}. \quad (1.6)$$

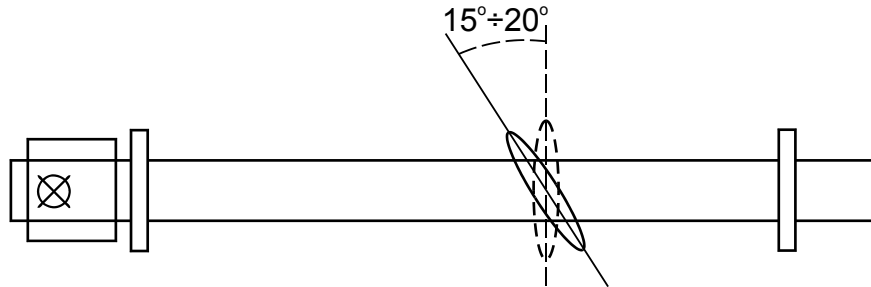
Wady soczewek

Wszystkie powyższe wywody teoretyczne należy traktować jako przybliżone modele. W szczególności nie jest prawdą, że rozważane wiązki promieni, po przejściu przez soczewkę, skupiają się dokładnie w jednym punkcie. Skutkuje to oczywiście nieostrością obrazów uzyskiwanych za pomocą prostych, pojedynczych soczewek. Mechanizmy powstawania tych niedokładności są różne – tu omówimy podstawowe trzy z nich: aberrację sferyczną, aberrację chromatyczną i astygmatyzm.

Aberracja sferyczna. Okazuje się, że w przypadku soczewek o powierzchniach sferycznych, promienie przechodzące przez ich skraj skupiają się nieco bliżej soczewki, niż te przechodzące przez okolicę środka. Tak więc gdyby występowała tylko ta wada optyczna, to ognisko, zamiast być punktem, byłoby krótkim odcinkiem leżącym na osi optycznej. W rzeczywistości jednak na aberrację sferyczną nakładają się też inne niedoskonałości soczewki, o czym niżej.

Aberracja chromatyczna. Znając rozszczepiające działanie pryzmatu mamy świadomość zależności współczynnika załamania światła od długości fali świetlnej. Światło białe jest mieszkanką fal o różnych długościach, tak więc spodziewamy się, że ognisko (nawet to idealne, punktowe) dla każdej długości fali, czyli dla każdej barwy, będzie w innym miejscu. Najsilniej załamuje się światło fioletowe, więc „ognisko fioletowe” będzie leżało najbliżej soczewki. Ogniskowe odpowiadające kolejnym barwom (niebieskiej, zielonej, żółtej i czerwonej) będą coraz dłuższe.

Astygmatyzm. Astygmatyzm jest wadą, która ujawnia się, gdy promienie padają na soczewkę pod kątem innym, niż kąt prosty (a prawie zawsze tak jest). Jeżeli na skrzyżowaną względem osi ławy soczewkę (na rysunku 5 mamy widok z góry) skierujemy wiązkę równoległą, to okaże się że ogniskowa dla promieni leżących w płaszczyźnie napiętej na pionie i osi ławy jest nieco dłuższa od ogniskowej dla promieni leżących w płaszczyźnie poziomej.



Rys. 5. Ława optyczna do badania astygmatyzmu soczewek grubych (widok z góry).

Zjawisko to zaobserwujemy stosując specjalnie przygotowany przedmiot złożony z linii poziomych i pionowych - obrazy tych zespołów linii będą powstawały w różnych płaszczyznach: obrazy linii pionowych – bliżej soczewki, obrazy poziomych – dalej.

2. Przebieg pomiarów

2.1. Ogniskowa soczewki wyznaczana bezpośrednio z równania soczewki

Orientacyjną i bardzo przybliżoną wartość ogniskowej soczewki ustalamy rzutując na dłoń obraz odległego przedmiotu (lampa na korytarzu, okno odległe o kilka metrów). Wracamy na stanowisko i na ławie optycznej ustawiamy świecący przedmiot i ekran we wzajemnej odległości wyraźnie większej, niż czterokrotność ogniskowej, ustalonej wcześniej w przybliżeniu.

Po wybraniu i ustaleniu pozycji przedmiotu i ekranu na ławie optycznej (od razu zapisujemy te dane, wraz z szacowanymi niepewnościami odczytu) ustawiamy na ławie soczewkę w uchwycie i szukamy takiego jej położenia, aby na ekranie powstał ostry obraz przedmiotu. Zapisujemy położenie soczewki. Czynność powtarzamy 10-krotnie, czyli, nie patrząc na wskaźnik położenia i nie sugerując się poprzednimi odczytami, dziesięciokrotnie szukamy położenia soczewki dającego ostry obraz.

Obracamy soczewkę w uchwycie o 180 stopni i powtarzamy całą procedurę. Takie postępowanie posłuży sprawdzeniu, czy płaszczyzna soczewki przechodzi dokładnie przez oś jej uchwytu i wskaźnik położenia na ławie. Sprawa wyjaśni się dopiero przy opracowywaniu wyników, kiedy porównamy obydwa wyliczone średnie położenia. Może się okazać, że te średnie położenia będą się od siebie różniły o wielkość porównywalną ze standardowymi odchyleniami średnich $S_{\bar{x}}$, obliczonymi w zwykły sposób dla każdej z serii dziesięciu pomiarów. Gdybyśmy wtedy do dalszych rachunków przyjęli średnie położenie soczewki z jednej tylko z dwóch serii pomiarów, to do wyliczonego dla tej serii odchylenia standardowego $S_{\bar{x}}$ średniej należałoby dodać połowę wspomnianej różnicy jako błąd systematyczny, obciążający tę serię. Postąpimy jednak inaczej: obliczymy średnią arytmetyczną dla wszystkich dwudziestu pomiarów i policzymy odchylenie standardowe dla tej łącznej serii, co uwolni nas w tym przypadku od obowiązku uwzględnienia błędu

systematycznego wynikającego z wadliwej konstrukcji uchwytu. Nie oznacza to oczywiście, że mamy zapomnieć o błędach systematycznych (zapisanych już wcześniej) wynikających z wadliwego odczytu położenia przedmiotu i ekranu.

2.2. Ogniskowa soczewki wyznaczana metodą Bessela

Metoda Bessela uchodzi za bardziej precyzyjną od tej poprzedniej, a to z tej przyczyny, że automatycznie uwalnia nas od wyżej opisanych niedogodności płynących z możliwego nieprecyzyjnego wykonania uchwytu soczewki. Tak więc dziesięciokrotnie znajdujemy obydwa położenia soczewki dające ostre obrazy, zapisując wyniki na bieżąco.

2.3. Wyznaczanie ogniskowej soczewki rozpraszającej

Tworzymy układ złożony z dwóch stykających się soczewek: jednej skupiającej, której ogniskową f_1 znajdziemy później na podstawie poprzednich pomiarów, i drugiej, rozpraszającej, a więc o ujemnej, nieznannej ogniskowej f_2 . Soczewki trzeba tak dobrać, aby zestaw skupiał światło. Metodą Bessela mierzymy ogniskową zestawu i na podstawie wzoru (1.1) wyliczamy ogniskową f_2

$$f_2 = \frac{ff_1}{f_1 - f}.$$

Układ ten ma mniejszą zdolność skupiającą, niż sama soczewka o ogniskowej f_1 (bo ta druga rozprasza), więc $f > f_1$ (ujemny mianownik), czyli $f_2 < 0$, czego oczekiwaliśmy.

2.4. Obserwacja wad soczewek

Zgromadzone oprzyrządowanie (przesłony, filtry barwne itd.) umożliwia:

- usuwanie z wiązki równoległej promieni przyosiowych albo peryferyjnych (dla zaobserwowania aberracji sferycznej);
- przepuszczanie przez soczewkę światła o określonej barwie (ujawni się aberracja chromatyczna);
- odwzorowywanie przez skrzyżowaną soczewkę obiektów liniowych poziomych lub pionowych (zobaczymy skutki astygmatyzmu). Wykorzystamy tu zestaw linii poziomych i pionowych naniesionych na podświetloną płytkę, wykorzystywaną jako przedmiot. Przy ustalonym położeniu skrzyżowanej soczewki obrazy linii pionowych powstaną bliżej soczewki, niż tych poziomych, co stwierdzimy, manewrując odpowiednio ekranem.

W sprawozdaniu należy zamieścić szczegółowy opis czynności, które pozwoliły zaobserwować wymienione wyżej trzy efekty.

3. Opracowanie wyników

3.1. Pomiar ogniskowej bezpośrednio z równania

Opracowanie wyników dla tego pomiaru będzie polegało na wyliczeniu odległości obrazu od przedmiotu (będzie to różnica l dwóch położenia ustalonych na początku, obarczona

niepewnością systematyczną Δl_{sys} , którą oszacujemy, oglądając zestaw pomiarowy) i średniej wartości odległości x soczewki od przedmiotu (z dwudziestu pomiarów – rachunki należy wykonać np. za pomocą programu Origin dostępnego w Pracowni wraz z instrukcją). Z tych danych obliczamy wartość ogniskowej:

$$f = \frac{xy}{x+y} = \frac{x(l-x)}{l}.$$

Niepewność Δf wyznaczonej w ten sposób ogniskowej obliczymy metodą różniczki zupełnej:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial l} \right| \Delta l = \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \Delta x + \frac{x^2}{l^2} \Delta l$$

Źródłem niepewności Δx jest oszacowany przez nas błąd systematyczny odczytu położenia przedmiotu (początek odcinka x) i niepewność średniego położenia soczewki (koniec odcinka x). Należy pamiętać o tym, że niepewność Δx jest sumą (nie różnicą!) tych dwóch niepewności. Wspomnianą niepewność średniej z dwudziestu pomiarów obliczamy wykorzystując np. program Origin. Niepewność Δl z kolei jest sumą oszacowanych wcześniej niepewności systematycznych dla odczytu położenia przedmiotu (początek odcinka l) i obrazu (koniec odcinka l).

3.2. Pomiar ogniskowej metodą Bessela.

Metodą różniczki zupełnej obliczamy niepewność Δf wyznaczonej tą metodą ogniskowej $f = \frac{l^2 - d^2}{4l}$:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial f}{\partial l} \right| \Delta l = \left(\frac{d}{2l} \right) \Delta d + \left(\frac{d^2}{4l^2} + \frac{1}{4} \right) \Delta l.$$

Odchylenie Δd jest sumą odchyłeń standardowych dla obydwu średnich położeń soczewki (czyli położeń końców odcinka d), - tu ponownie korzystamy np. z programu Origin. Niepewność Δl była omówiona wcześniej.

Należy porównać ze sobą niepewności Δf dla ogniskowej wyznaczonej obydwoma metodami.

3.3. Pomiar ogniskowej soczewki rozpraszającej

Obliczamy niepewność ogniskowej f_2 metodą różniczki zupełnej:

$$\Delta f_2 = \Delta \left(\frac{ff_1}{f_1 - f} \right) = \left| \frac{\partial f_2}{\partial f} \right| \Delta f + \left| \frac{\partial f_2}{\partial f_1} \right| \Delta f_1 = \frac{f_1^2}{(f_1 - f)^2} \Delta f + \frac{f^2}{(f_1 - f)^2} \Delta f_1.$$

Niepewność Δf ogniskowej zestawu wyliczymy w opisany wyżej sposób, właściwy dla metody Bessela. Niepewność Δf_1 ogniskowej soczewki skupiającej obliczyliśmy już wcześniej.