Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka - Zestaw 3

W poniższych zadaniach

$E(X)$ oznacza wartość oczekiwaną:
$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)xdx$ (zmienna ciągła) lub
$E(X) = \sum_k P_X(k)k$ (zmienna dyskretna)

$\sigma(X)$ oznacza odchylenie standardowe, gdzie:
$(\sigma(X))^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)(x - E(X))^2dx$ (zmienna ciągła) lub
$(\sigma(X))^2 = \sum_k P_X(k)(k - E(X))^2$ (zmienna dyskretna)

1. Znaleźć i narysować przykładowe ($p = \frac{2}{3}$) dystrybuanty dla zmiennych losowych o następujących rozkładach:
    - rozkład jednopunktowy: $\exists c \in R : P(x = c) = 1$.
    - rozkład dwupunktowy: $\exists p, q, 0 < p, q < 1, p + q = 1$,
      $P(x = a) = p$, $P(x = b) = q$.
2. Dla rozkładu jednorodnego ($f_X(x) = const$) na przedziale [a,b] proszę wyznaczyć wartość $f_X(x)$, dystrybuantę $F_X(x)$, $E(X)$, $\sigma(X)$, oraz policzyć prawdopodobieństwo tego, że zmienna losowa będzie w przedziale $[E(X) - k * \sigma(X), E(X) + k * \sigma(X)]$ dla $k = 1$ i $k = 3$.
3. Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej X, której funkcja gęstości prawdopodobieństwa wynosi $f_X(x) = ce^{-\lambda x}$ dla $x \in (d, \infty)$ dla znanej wartości d i $f_X(x) = 0$ dla pozostałych x. Znany parametr λ jest dodatni.
4. Rzucamy dwa razy symetryczną kostką do gry. Znaleźć rozkład prawdopodobieństwa zmienej losowej X, która jest modułem różnicy liczby oczek otrzymanych w obu rzutach. Znaleźć $E(X)$ i $\sigma(X)$.
5. Proszę policzyć wartość oczekiwaną wyrzuconej liczby oczek w rzucie kostką do gry.